



College voor Toetsen en Examens

WISKUNDE B HAVO

SYLLABUS CENTRAAL EXAMEN 2017 (BIJ HET NIEUWE
EXAMENPROGRAMMA)

(voor pilotscholen ook examen 2016)

Nader vastgesteld 2

Versie februari 2015

Centrale examens VO

Inhoud

Voorwoord	5
1 Inleiding	6
1.1 Wiskunde B in de tweede fase	6
1.2 Het centraal examen wiskunde B	6
1.3 Totstandkoming syllabus	6
1.4 Domeinindeling	7
2 Specificaties	8
2.1 Toelichting op de specificaties	8
2.1.1 Parate kennis, parate vaardigheden en productieve vaardigheden	8
2.1.2 Nauwkeurigheid en afronden	8
2.1.3 Voorbeeldopgaven en examenopgaven	8
2.1.4 Algebraïsche vaardigheden	9
2.1.5 ICT	9
2.2 Specificaties	10
3 Voorbeeldopgaven en examenopgaven	18
Bijlage 1 Examenprogramma	28
Bijlage 2 Examenwerkwoorden	31
Bijlage 3 Begrippenlijst	33
Bijlage 4 Algebraïsche vaardigheden	38

Samenstelling syllabuscommissie:

Bert Zwaneveld	-	voorzitter (Open Universiteit)
Jos Tolboom	-	secretaris (SLO)
Ruud Stolwijk	-	toetsdeskundige (Cito)
Peter van Wijk	-	cTWO
Frank van den Heuvel	-	docent (NVvW)
Marianne Lambriex	-	docent
Juan Dominguez	-	docent pilotschool
Kees Rijke	-	docent
Alma Taal Muskee	-	docent

Verantwoording:

© 2015 College voor Toetsen en Examens vwo, havo, vmbo, Utrecht.

Alle rechten voorbehouden. Alles uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enige andere manier zonder voorafgaande toestemming van de uitgever.

Voorwoord

De minister heeft de examenprogramma's op hoofdlijnen vastgesteld. In het examenprogramma zijn de exameneenheden aangewezen waarover het centraal examen (CE) zich uitstrekt: het CE-deel van het examenprogramma. Het examenprogramma geldt tot nader order.

Het College voor Toetsen en Examens (CvTE) geeft in een syllabus, die in beginsel jaarlijks verschijnt, een toelichting op het CE-deel van het examenprogramma. Behalve een beschrijving van de exameneisen voor een centraal examen kan een syllabus verdere informatie over het centraal examen bevatten, bijvoorbeeld over een of meer van de volgende onderwerpen: specificaties van examenstof, begrippenlijsten, bekend veronderstelde onderdelen van domeinen of exameneenheden die verplicht zijn op het schoolexamen, bekend veronderstelde voorkennis uit de onderbouw, bijzondere vormen van examinering (zoals computereexamens), voorbeeldopgaven, toelichting op de vraagstelling, toegestane hulpmiddelen.

Ten aanzien van de syllabus is nog het volgende op te merken. De functie ervan is een leraar in staat te stellen zich een goed beeld te vormen van wat in het centraal examen wel en niet gevraagd kan worden. Naar zijn aard is een syllabus dus niet een volledig gesloten en afgebakende beschrijving van alles wat op een examen zou kunnen voorkomen. Het is mogelijk, al zal dat maar in beperkte mate voorkomen, dat op een CE ook iets aan de orde komt dat niet met zo veel woorden in deze syllabus staat, maar dat naar het algemeen gevoelen in het verlengde daarvan ligt.

Een syllabus is zodoende een hulpmiddel voor degenen die anderen of zichzelf op een centraal examen voorbereiden. Een syllabus kan ook behulpzaam zijn voor de producenten van leermiddelen en voor nascholingsinstanties. De syllabus is niet van belang voor het schoolexamen. Daarvoor zijn door de SLO handreikingen geproduceerd die niet in deze uitgave zijn opgenomen.

Deze syllabus geldt voor het examenjaar 2017. Syllabi van eerdere jaren zijn niet meer geldig en wijken van deze versie af. Voor het examenjaar 2018 wordt een nieuwe syllabus vastgesteld. Een syllabus kan zo nodig ook tussentijds worden aangepast, bijvoorbeeld als een in de syllabus beschreven situatie feitelijk veranderd is. De aan een centraal examen voorafgaande Septembermededeling is dan het moment waarop dergelijke veranderingen bekendgemaakt worden. Kijkt u voor alle zekerheid jaarlijks in september op Examenblad.nl. **In de syllabus wordt een dergelijke verandering met blauw gemarkeerd.**

Het CvTE publiceert uitsluitend digitale versies van de syllabi. Dit gebeurt via Examenblad.nl (www.examenblad.nl), de officiële website voor de examens in het voortgezet onderwijs.

Het CvTE stelt het aantal en de tijdsduur van de toetsen van het centraal examen vast en de wijze waarop het centraal examen wordt afgenomen. Deze vaststelling wordt gepubliceerd in het rooster voor de centrale examens en in de Septembermededeling.

Voor opmerkingen over syllabi houdt het CvTE zich steeds aanbevolen. U kunt die zenden aan info@hetcvte.nl of aan CvTE, Postbus 315, 3500 AH Utrecht.

De voorzitter van het College voor Toetsen en Examens,
Drs. P.J.J. Hendrikse

1 Inleiding

Deze syllabus specificeert de eindtermen van het CE-deel van het nieuwe examenprogramma wiskunde B havo. In dit verband wordt eerst kort de achtergrond van het nieuwe programma beschreven.

1.1 Wiskunde B in de tweede fase

Het vak wiskunde B is een verplicht profielvak in het profiel Natuur en Techniek. Het neemt daar plaats in naast natuurkunde, scheikunde en één profielkeuzevak, te kiezen uit wiskunde D, biologie, informatica en natuur, leven & technologie. In de profielen Natuur en Gezondheid, Economie en Maatschappij en Cultuur en Maatschappij is wiskunde B een keuze-examenvak. Het is niet toegestaan wiskunde B te combineren met een van de andere wiskundeprogramma's, met uitzondering van wiskunde D.¹

De omvang van het vak wiskunde B is voor het havo 360 SLU. Hiervan beslaat het in deze syllabus gespecificeerde CE-deel 100%. Bij de totstandkoming van de syllabus is een inschatting gemaakt van de studielast die nodig is om de beschreven stof aan te leren.

1.2 Het centraal examen wiskunde B

De zitting en de duur van het centraal examen worden in juni 2015 gepubliceerd op www.examenblad.nl. Ook wordt daar dan een lijst gepubliceerd met hulpmiddelen die bij het examen zijn toegestaan. In februari 2015 is een vooruitblik op de regeling toegestane hulpmiddelen gegeven. Ook deze is te vinden op Examenblad.

In bijlage 2 is een lijst opgenomen van de specifieke betekenissen van de in het centraal examen gebruikte examenwerkwoorden voor alle wiskundevakken havo/vwo met een centraal examen. Deze lijst is niet uitputtend.

1.3 Totstandkoming syllabus

In het kader van de vernieuwing van het onderwijs in de vijf bètavakken (biologie, natuurkunde, natuur, leven & technologie, scheikunde en wiskunde) heeft het ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap in november 2006 de commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs ingesteld.² Deze commissie had de opdracht een integraal examenprogramma te ontwerpen en te toetsen in een innovatietraject.

In 2009 is door deze commissie onder meer een concept vernieuwd examenprogramma wiskunde B geformuleerd. Bij dit concept-examenprogramma is door een breed samengestelde syllabuscommissie wiskunde B een werkversie van een syllabus ontwikkeld. Hierbij heeft de syllabuscommissie rekening gehouden met de uitvoerbaarheid van het programma en de uitgangspunten van cTWO:

Het vak bereidt voor op vervolgoopleidingen met een sterk kwantitatieve en exacte component, zoals de technische sector van het hbo. Inhoudelijk ligt de nadruk op analyse en meetkunde, met ruime aandacht voor wiskundige vaardigheden die passen bij het examenprogramma wiskunde B – te weten

¹ Op dit moment (februari 2015) is een wijziging in het Examenbesluit in behandeling, die het combineren van meerdere wiskundeprogramma's wel mogelijk maakt. Totdat de wijziging in het Examenbesluit een feit is, is de situatie zoals hierboven beschreven.

² Zie cTWO (2012) *Denken en doen, Wiskunde op havo en vwo per 2015, Eindrapport van de vernieuwingscommissie cTWO*. Utrecht: cTWO.
Zie ook cTWO (2007). *Rijk aan betekenis. Visie op vernieuwd wiskundeonderwijs*. Utrecht: cTWO.

modellieren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen – alsmede voor het functioneel gebruiken van ICT daarbij. Hiermee wordt de kern van de vernieuwing weergegeven.

Zie voor een nadere uitwerking van de genoemde wiskundige vaardigheden ook subdomein A3 en de specificaties daarbij.

De eerste concepten van het examenprogramma, de syllabus en centrale examens zijn in de periode 2009-2012 getest in een pilot. De uitkomsten van de pilot hebben geleid tot herzieningen van het examenprogramma en de syllabus.

Door middel van een landelijke veldraadpleging is de mening van wiskundedocenten en andere betrokkenen over de nieuwe syllabus gepeild. De resultaten van deze veldraadpleging zijn door de syllabuscommissie gewogen en in deze syllabus verwerkt.

De syllabi voor wiskunde A, B en C zijn onderling afgestemd voor wat betreft format en inhoud.

1.4 Domeinindeling

Het examenprogramma staat in bijlage 1. Het betreft hier het programma met globale eindtermen, waarvan het CE-deel in hoofdstuk 2 van deze syllabus wordt gespecificeerd.

In de onderstaande tabel staat vermeld welke domeinen in het CE geëxamineerd kunnen worden:

Domein	in CE	moet in SE	mag in SE
A Vaardigheden	X	X	
B Functies, grafieken en vergelijkingen	X		X
C Meetkundige berekeningen	X		X
D Toegepaste analyse	X	X	

2 Specificaties

2.1 Toelichting op de specificaties

2.1.1 Parate kennis, parate vaardigheden en productieve vaardigheden

Bij de specificatie van de globale eindtermen is onderscheid gemaakt tussen parate vaardigheden en productieve vaardigheden. Bovendien is bij een aantal subdomeinen opgenomen over welke parate kennis de kandidaat dient te beschikken. Deze indeling is bedoeld om aan te geven wat het verwachte kennis- en beheersingsniveau van de kandidaat is.

Met parate vaardigheden wordt hier bedoeld de wiskundige basistechnieken die de kandidaat routinematig moet beheersen.

Bij productieve vaardigheden is het uitgangspunt dat de kandidaat beschikt over de parate vaardigheden en deze in complexe probleemsituaties kan toepassen. De productieve vaardigheden voert de kandidaat niet op routine uit. De kandidaat zal door inzicht, overzicht, probleemaanpak en metacognitieve vaardigheden een strategie moeten bedenken om het probleem op te lossen.

Bij parate kennis gaat het om kennis waarover de kandidaat dient te beschikken en die niet uit de formuleringen van de parate en/of productieve vaardigheden blijkt. De opsomming van parate kennis is daarmee een aanvulling op de parate en productieve vaardigheden. Parate kennis die bij een subdomein wordt genoemd, kan ook bij andere subdomeinen voorkomen en wordt dan ook binnen het totale CE-deel van het examenprogramma als parate kennis beschouwd.

In bijlage 3 staat voor de verschillende wiskundevakken een overzicht van de wiskundige begrippen die bekend verondersteld worden bij het centraal examen. De begrippen die in dit overzicht aangegeven worden kunnen zonder toelichting worden gebruikt in het centraal examen. Dit overzicht is niet uitputtend.

2.1.2 Nauwkeurigheid en afronden

Als in een examenopgave niet vermeld is in welke nauwkeurigheid het antwoord gegeven dient te worden, dient de kandidaat die nauwkeurigheid uit de probleemsituatie af te leiden. Het kiezen van een passende maateenheid valt hieronder. Als de probleemsituatie dit toelaat, mag een nauwkeuriger antwoord gegeven worden dan de nauwkeurigheid die de kandidaat uit de probleemsituatie afgeleid zou kunnen hebben. Het correctievoorschrift geeft hier uitsluitsel over.

Een kandidaat kan uit de probleemsituatie afleiden wanneer afronden volgens de gebruikelijke afrondingsregels (6,4 wordt 6 en 6,5 wordt 7) niet van toepassing is. Een kandidaat moet weten dat tussentijds afronden gevolgen kan hebben voor het eindantwoord en dient hiernaar te handelen.

2.1.3 Voorbeeldopgaven en examenopgaven

In hoofdstuk 3 worden de specificaties per (sub)domein geïllustreerd door middel van voorbeeldopgaven en examenopgaven. In dat hoofdstuk wordt dit verder toegelicht.

2.1.4 *Algebraïsche vaardigheden*

Bij de specificaties is ervan uitgegaan dat de kandidaten bekend zijn met de vereiste algebraïsche vaardigheden. Voor alle wiskundevakken havo/vwo met een centraal examen wordt een overzicht van deze algebraïsche vaardigheden gegeven in bijlage 4. Hoewel bij het samenstellen van dit overzicht de grootst mogelijke nauwkeurigheid is nagestreefd, kan niet gegarandeerd worden dat deze uitputtend is.

2.1.5 *ICT*

In het CE wordt met ICT de grafische rekenmachine bedoeld. Zie hiervoor te zijner tijd de Vooruitblik en Regeling toegestane hulpmiddelen (zie ook paragraaf 1.2).

2.2 **Specificaties**

Domein A Vaardigheden

Subdomein A1 Algemene vaardigheden

De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

De kandidaat kan

1. doelgericht informatie zoeken, beoordelen, selecteren en verwerken;
2. adequaat schriftelijk rapporteren over onderwerpen uit de wiskunde.

Subdomein A2 Profielspecifieke vaardigheden

De kandidaat kan profielspecifieke probleemsituaties in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar de betrokken context terugvertalen.

De kandidaat kan

1. een probleemsituatie in een wiskundige, natuurwetenschappelijke of maatschappelijke context analyseren, gebruik makend van relevante begrippen en theorie vertalen in een vakspecifiek onderzoek, dat onderzoek uitvoeren, en uit de onderzoeksresultaten conclusies trekken;
2. een realistisch probleem in een context analyseren, inperken tot een hanteerbaar probleem, vertalen naar een wiskundig model, modeluitkomsten genereren en interpreteren en het model toetsen en beoordelen;
3. met gegevens van wiskundige en natuurwetenschappelijke aard consistente redeneringen opzetten.

Subdomein A3 Wiskundige vaardigheden

De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige vaardigheden, waaronder modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen – en kan daarbij ICT functioneel gebruiken.

De kandidaat

1. beheerst de rekenregels;
2. beheerst de specifieke algebraïsche vaardigheden;
3. heeft inzicht in wiskundige notaties en formules en kan daarmee kwalitatief redeneren;
4. kan wiskundige informatie ordenen en in probleemsituaties de wiskundige structuur onderkennen;
5. kan bij een gegeven probleemsituatie een model opstellen in wiskundige termen;
6. kan op basis van een gegeven probleemsituatie een schatting maken van de uitkomst zonder deze uitkomst exact te berekenen;
7. kan een oplossingsstrategie kiezen, deze correct toepassen en de gevonden oplossing controleren binnen de context;
8. kan vakspecifieke taal interpreteren en gebruiken;
9. kan de correctheid van wiskundige redeneringen verifiëren;
10. kan eenvoudige wiskundige redeneringen correct onder woorden brengen;
11. kan bij het raadplegen van wiskundige informatie, bij het verkennen van wiskundige situaties, bij het geven van wiskundige redeneringen en bij het uitvoeren van wiskundige berekeningen gebruik maken van geschikte ICT-middelen.

12. kan antwoorden afronden op een voorgeschreven nauwkeurigheid dan wel op een nauwkeurigheid die past bij de probleemsituatie.³

Domein B Functies, grafieken en vergelijkingen

Subdomein B1 Standaardfuncties

De kandidaat kan standaardfuncties (machtsfuncties, exponentiële en logaritmische functies en goniometrische functies) hanteren, interpreteren binnen een context, de grafieken beschrijven en in een functievoorschrift vastleggen en werken met eenvoudige transformaties.

Parate kennis

De kandidaat kent:

- de grafiek en karakteristieke eigenschappen van de lineaire of eerstegraadsfunctie $f(x) = ax + b$, evenals de naam rechte lijn voor de grafiek ervan;
- de grafiek en karakteristieke eigenschappen van de kwadratische of tweedegraadsfunctie $f(x) = ax^2 + bx + c$ of $f(x) = a(x-p)(x-q)$ of $f(x) = a(x-r)^2 + s$ evenals de naam parabool voor de grafiek ervan;
- de grafiek en karakteristieke eigenschappen van de machtsfunctie $f(x) = x^p$, p is een rationaal getal, in het bijzonder van de wortelfunctie $f(x) = \sqrt{x}$;
- de grafiek en karakteristieke eigenschappen van de exponentiële functie $f(x) = a^x$ en de logaritmische functie $f(x) = {}^a\log(x)$, evenals de begrippen grondtal en exponent en de rekenregels voor machten en logaritmen;
- de grafiek en karakteristieke eigenschappen van de goniometrische functies $f(x) = \sin(x)$ en $f(x) = \cos(x)$, evenals de begrippen radiaal, periode, amplitude en evenwichtsstand;
- de grafiek en karakteristieke eigenschappen van de gebroken lineaire functie $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, evenals de naam hyperbool voor de grafiek ervan;
- de karakteristieke eigenschappen van functies: domein, bereik, nulpunt, extreem, minimum, maximum, stijgen, dalen, toenemend of afnemend stijgen of dalen;
- de karakteristieke eigenschappen van grafieken: snijpunt met de x -as, snijpunt met de y -as, top, symmetrie en asymptotisch gedrag inclusief horizontale en verticale asymptoot;
- de transformaties vermenigvuldiging ten opzichte van x - of y -as en translatie.

Parate vaardigheden

De kandidaat kan:

- van de standaardfuncties de grafiek tekenen en daarbij gebruik maken van de karakteristieke eigenschappen van de functie en haar grafiek;
- de verschillende schrijfwijzen van tweedegraads functies gebruiken;
- bij een grafiek of een tabel van een standaardfunctie, een lineaire functie of een kwadratische functie het functievoorschrift opstellen;

³ Zie de toelichting in paragraaf 2.1.2.

- karakteristieke eigenschappen van een standaardfunctie en haar grafiek gebruiken bij het oplossen van problemen;
- een exponentiële functie beschrijven met behulp van de termen beginwaarde en groeifactor;
- bij exponentiële en logaritmische functies x schrijven als functie van y ;
- bij machtsfuncties x schrijven als functie van y ;
- op een grafiek een translatie en/of vermenigvuldiging ten opzichte van x - of y -as uitvoeren;
- het functievoorschrift opstellen dat hoort bij een nieuwe grafiek die is ontstaan na transformatie van een gegeven grafiek;
- het functievoorschrift opstellen van de somfunctie of de verschilfunctie van twee functies.

Productieve vaardigheden

De kandidaat kan:

- bij exponentiële groeiprocessen de verdubbelingstijd en de halveringstijd bepalen;
- twee functies samenstellen door middel van een ketting en het functievoorschrift opstellen van de samengestelde functie;
- van een samengestelde functie de karakteristieke eigenschappen bepalen;
- bij een in een probleemsituatie beschreven verband een passend functievoorschrift opstellen;
- x uitdrukken in y bij een samengestelde functie als bedoeld in B1.12.

Subdomein B2 Vergelijkingen en ongelijkheden

De kandidaat kan vergelijkingen, ongelijkheden en stelsels van twee lineaire vergelijkingen oplossen, in voorkomende gevallen grafisch oplossen of de oplossingen numeriek benaderen en de oplossingen interpreteren in de context.

Parate kennis

De kandidaat kent:

- het begrip stelsel van vergelijkingen;
- de abc-formule.

Parate vaardigheden

De kandidaat kan:

- een vergelijking oplossen die te herleiden is tot een lineaire vergelijking;
- een vergelijking oplossen die te herleiden is tot een kwadratische vergelijking;
- een vergelijking oplossen die te herleiden is tot het type $x^n = c$;
- een vergelijking oplossen die te herleiden is tot het type $a^x = c$ of ${}^a\log(x) = c$;
- een vergelijking oplossen van het type $f(x) = g(x)$ waarbij f en g functies zijn zoals genoemd in subdomein B1;
- een stelsel van twee lineaire vergelijkingen met twee onbekenden oplossen;
- een ongelijkheid oplossen van het type $f(x) > g(x)$, $f(x) \geq g(x)$ of $f(x) < g(x)$, $f(x) \leq g(x)$ waarbij f en g standaardfuncties zijn.

Productieve vaardigheden

De kandidaat kan:

- een vergelijking dan wel een ongelijkheid opstellen aan de hand van een gegeven probleemsituatie, de vergelijking of ongelijkheid oplossen en de oplossingen van deze vergelijking of ongelijkheid interpreteren;
- een vergelijking met een parameter oplossen en de oplossing schrijven als functie van de parameter;
- een ongelijkheid oplossen van de vorm $f(x) < c$, $f(x) \leq c$ of $f(x) > c$, $f(x) \geq c$, waarbij f een samengestelde functie is zoals bedoeld in B1.12.

Subdomein B3 Evenredigheidsverbanden

De kandidaat kan verbanden tussen de twee grootheden a en b van de vorm $a = c \cdot b^d$ herkennen, toepassen en bijbehorende grafieken tekenen, vanuit de beschrijving van een dergelijk verband een formule opstellen, de evenredigheidsconstante bepalen en kan rekenen met en redeneren over verbanden van deze vorm en het effect van schaalvergroting.

Parate kennis

De kandidaat kent:

- de begrippen recht evenredig, omgekeerd evenredig, evenredig met een macht, evenredigheidsconstante;
- het verschil tussen een lineair verband en een recht evenredig verband;
- formules van de vorm $y = cx$ en $y = \frac{c}{x}$ als respectievelijk een recht evenredig en een omgekeerd evenredig verband.

Parate vaardigheden

De kandidaat kan:

- in een gegeven probleemsituatie bepalen of er sprake is van een recht evenredig of een omgekeerd evenredig verband;
- met de algemene vorm van het machtsverband $y = c \cdot x^n$ rekenen;
- in een machtsverband $y = c \cdot x^n$ tussen twee grootheden x en y de exponent n en de evenredigheidsconstante c bepalen.

Productieve vaardigheden

De kandidaat kan:

- in een gegeven probleemsituatie een vergelijking opstellen waarbij gebruik wordt gemaakt van het machtsverband tussen twee grootheden, de vergelijking oplossen en de oplossingen interpreteren.

Subdomein B4 Periodieke functies

De kandidaat kan periodieke verschijnselen beschrijven door middel van sinus- of cosinusfuncties, de bijbehorende sinusoiden tekenen en de karakteristieke eigenschappen ervan benoemen en alle oplossingen van een goniometrische vergelijking op een gegeven interval bepalen.

Parate kennis

De kandidaat kent:

- de exacte waarden van $\sin(x)$ en $\cos(x)$ waarbij x een veelvoud van $\frac{1}{6}\pi$ of $\frac{1}{4}\pi$ is.

Parate vaardigheden

De kandidaat kan:

- graden omrekenen in radialen en omgekeerd;
- de grafiek tekenen van functies van de vorm $f(x) = d + a \cdot \sin(b(x-c))$ en $f(x) = d + a \cdot \cos(b(x-c))$;
- vergelijkingen van het type $f(x) = c$ oplossen in een gegeven interval met f een functie als in B4.2. genoemd en daarbij gebruik maken van periodiceit en symmetrie;
- van een sinusoidale functie het bijbehorende functievoorschrift opstellen.

Productieve vaardigheden

De kandidaat kan:

- in een gegeven probleemsituatie voor een periodiek verschijnsel een functievoorschrift zoals bedoeld in B4.2 opstellen, daarmee berekeningen uitvoeren en de resultaten interpreteren.

Domein C Meetkundige berekeningen

Opmerking 1:

Dit domein betreft de meetkunde in het platte vlak. De ruimte kan wel als context optreden waarin de vlakke meetkunde zich voordoet.

Opmerking 2:

Als in dit domein coördinaten worden gebruikt, dan betreft dat altijd een cartesisch assenstelsel.

Subdomein C1 Afstanden en hoeken in concrete situaties

De kandidaat kan afstanden en hoeken berekenen met behulp van goniometrische verhoudingen, de stelling van Pythagoras en de sinus- en cosinusregel.

Parate kennis

De kandidaat kent:

- het begrip afstand als de lengte van het kortste verbindingslijnstuk tussen twee meetkundige figuren.

Parate vaardigheden

De kandidaat kan:

- sinus, cosinus en tangens gebruiken voor het berekenen van de grootte van hoeken en de lengte van zijden in een rechthoekige driehoek;
- de stelling van Pythagoras gebruiken om de afstand tussen twee punten te berekenen;

- de sinus- en cosinusregel gebruiken voor het berekenen van de lengte van lijnstukken en de grootte van hoeken in een driehoek;
- met gelijkvormigheid de lengte van lijnstukken berekenen.

Productieve vaardigheden

De kandidaat kan:

- voor het oplossen van een meetkundig probleem een combinatie gebruiken van C1.1 tot en met C1.4.

Subdomein C2 Algebraïsche methoden

De kandidaat kan analytisch-algebraïsche berekeningen uitvoeren aan de hand van contexten en figuren.

Parate kennis

De kandidaat kent:

- de vergelijking van een lijn in de vorm $y = ax + b$ en in de vorm $ax + by = c$;
- de eigenschap dat het product van de richtingscoëfficiënten van twee loodrecht op elkaar staande lijnen gelijk is aan -1 en omgekeerd;
- van een cirkel een vergelijking in de vorm $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ en in de vorm $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$;
- de stelling dat een raaklijn aan een cirkel loodrecht staat op de straal naar het raakpunt.

Parate vaardigheden

De kandidaat kan:

- de vergelijking van een lijn en een cirkel opstellen;
- de hoek tussen twee lijnen berekenen;
- de vergelijking van de loodlijn door een gegeven punt op een lijn opstellen;
- uit een vergelijking van een cirkel de straal en de coördinaten van het middelpunt afleiden;
- de vergelijking van de raaklijn aan een cirkel opstellen in een gegeven raakpunt;
- de coördinaten van het snijpunt van twee lijnen berekenen;
- de oplosbaarheid van een stelsel van twee lineaire vergelijkingen in verband brengen met de onderlinge ligging van de bijbehorende lijnen;
- in een coördinatenstelsel de lengte van een lijnstuk berekenen.

Productieve vaardigheden

De kandidaat kan:

- de coördinaten van de snijpunten van een lijn en een cirkel berekenen;
- de afstand tussen punten, lijnen en cirkels berekenen;
- onderzoeken hoeveel gemeenschappelijke punten een lijn en een cirkel hebben.

Domein D Toegepaste analyse

Subdomein D1 Veranderingen

De kandidaat kan het veranderingsgedrag van een functie, gegeven door grafiek, tabel of formule, beschrijven door middel van toenamediagrammen en differentiequotienten en kan differentiequotienten berekenen en interpreteren, ook vanuit een profielspecifieke probleemsituatie.

Parate kennis

De kandidaat kent:

- het begrip interval en de intervalnotaties;
- de Δ -notatie voor een differentie.

Parate vaardigheden

De kandidaat kan:

- vanuit een gegeven toenamediagram het verloop van een grafiek schetsen;
- een toenamediagram bij een gegeven grafiek, tabel of formule tekenen;
- differentiequotienten berekenen indien de functie is gegeven door een grafiek, tabel of formule;
- differentiequotienten interpreteren als maat voor de gemiddelde verandering in de waarde van een functie op een interval.

Productieve vaardigheden

De kandidaat kan:

- het veranderingsgedrag van variabelen beschrijven met behulp van toenamediagrammen en differentiequotienten.

Subdomein D2 Afgeleide functies

De kandidaat kan de afgeleide functie begripsmatig interpreteren en kan lokale veranderingen van functiewaarden benaderen zowel met een differentiaalquotient als met een numeriek-grafische methode.

Parate kennis

De kandidaat kent:

- notaties voor de afgeleide van een functie.

Parate vaardigheden

De kandidaat kan:

- een lokale afgeleide benaderen door differentiequotienten met afnemende intervalgrootte;
- een lokale afgeleide interpreteren als de helling of steilheid van een grafiek in een punt.

Productieve vaardigheden

De kandidaat kan:

- de grafiek van de afgeleide schetsen indien de grafiek van de functie is gegeven;
- de grafiek van de functie schetsen indien de grafiek van de afgeleide is gegeven;

5. conclusies trekken over lokale veranderingen van functiewaarden op basis van de afgeleide of met behulp van een numeriek-grafische methode.

Subdomein D3 Bepaling afgeleide functies

De kandidaat kan de afgeleide functie van machtsfuncties met rationale exponenten bepalen en kan voor het bepalen van de afgeleide functie gebruik maken van de som-, verschil- en kettingregel.

Parate kennis

De kandidaat kent:

- het begrip differentiëren voor het bepalen van de afgeleide.

Parate vaardigheden

De kandidaat kan:

1. de afgeleide bepalen van machtsfuncties met rationale exponenten;
2. de somregel en verschilregel gebruiken bij het bepalen van de afgeleide;
3. de kettingregel gebruiken bij het bepalen van de afgeleide van een samengestelde functie, waarvan de eerste functie lineair is en de tweede functie een machtsfunctie met rationale exponent;
4. het verband gebruiken tussen de afgeleide van een functie $f(x)$ en de afgeleide van $c \cdot f(x) + d$ of de afgeleide van $f(c \cdot x + d)$.

Productieve vaardigheden

De kandidaat kan:

5. een combinatie van somregel, verschilregel en kettingregel gebruiken bij het bepalen van de afgeleide.

Subdomein D4 Toepassing afgeleide functies

De kandidaat kan analytisch-algebraïsche berekeningen uitvoeren gericht op profielspecifieke contexten.

Parate vaardigheden

De kandidaat kan:

1. de afgeleide gebruiken bij het opstellen van de vergelijking van de raaklijn in een punt van de grafiek van een functie;
2. de afgeleide gebruiken bij het verifiëren en bij het bepalen van extremen van een functie;
3. de afgeleide gebruiken bij het bepalen van een raaklijn met een gegeven helling.

Productieve vaardigheden

De kandidaat kan:

4. in een gegeven probleemsituatie de afgeleide gebruiken voor het bepalen van een optimale situatie;
5. een optimaliseringsprobleem vertalen in een formule en dit probleem vervolgens met behulp van de afgeleide of numeriek-grafisch oplossen.

3 **Voorbeeldopgaven en examenopgaven**

In dit hoofdstuk worden voorbeeldopgaven en examenopgaven gegeven ter verduidelijking van met name de specificaties in de categorie 'productieve vaardigheden'.

De examenopgaven

Om een indicatie te geven van het niveau waarop kandidaten deze specificaties dienen te beheersen op het centraal examen, wordt zoveel mogelijk verwezen naar vragen uit opgaven afkomstig uit de reeds afgenomen pilotexamens 2011, 2012 en 2013, eerste en tweede tijdvak. Deze pilotexamens zijn te vinden op www.hetcvte.nl (via Onderwerpen – Centrale examens VO – Vakvernieuwingen – Wiskunde havo/vwo). Daarnaast worden enkele examenopgaven genoemd die zijn ontleend aan oude examens. Ook deze zijn bedoeld ter verduidelijking van de specificaties en dienen tegelijkertijd als indicatie van het niveau van de opgaven. De genoemde examens zijn te vinden op www.examenblad.nl (onder de betreffende jaarring).

De voorbeeldopgaven

Deze opgaven zijn bedoeld ter illustratie van de specificaties, niet om het niveau aan te duiden. Deze opgaven zijn ontworpen voor de syllabus. In enkele gevallen zijn het bewerkingen van oude examenopgaven. Ook die bewerkingen zijn ter illustratie van de specificaties en niet om het niveau aan te duiden. De voorbeeldopgaven zijn te vinden vanaf pagina 19.

Voorbeeldexamen

In 2016 zal op de pilotscholen voor het eerst een examen worden afgenomen bij deze definitieve syllabus. Dit examen kan als voorbeeldexamen voor 2017 gebruikt worden. Daarnaast kunnen eerder afgenomen pilotexamens een goed beeld geven van de te verwachten centrale examens vanaf 2017. Deze examens zijn geconstrueerd aan de hand van de werkversies van de syllabus bij het experimentele examenprogramma wiskunde B. Ook deze zijn te vinden op www.hetcvte.nl.

Subdomein B1 Standaardfuncties

Specificatie	Vraag in pilotexamen	Vraag in syllabus
1		
2	2013-II-8	
3	2011-I-10, 2012-I-13, 2012-II-10, 2013-I-12	
4	2011-I-3, 2011-II-2	
5	2012-I-15, 2013-I-9, 2013-I-10	
6	2011-II-4	
7		
8	2011-II-7, 2012-I-6, 2012-II-14, 2013-II-10	
9		
10		
11		
12	2013-I-3	
13	2011-I-3, 2011-II-2	
14	2011-I-5	
15		1

- 1 Gegeven is $D = 6,9 \cdot \sqrt{T-12}$.
 Schrijf T als functie van D .

Uitwerking

$$D = 6,9 \cdot \sqrt{T-12}, \text{ dus } \sqrt{T-12} = \frac{D}{6,9}, \text{ dus } T-12 = \left(\frac{D}{6,9}\right)^2, \text{ dus } T = 12 + \frac{D^2}{47,61}$$

Subdomein B2 Vergelijkingen en ongelijkheden

Specificatie	Vraag in pilotexamen	Vraag in syllabus
1	2011-I-2, 2011-I-11, 2011-II-5, 2012-I-5	
2	2011-I-9, 2012-I-4, 2012-II-18, 2012-II-20, 2013-I-5, 2013-I-15, 2013-II-13	
3	2012-I-3, 2013-I-2, 2013-I-9, 2013-II-2	
4	2011-I-18, 2012-I-16, 2012-II-13, 2013-I-10, 2013-I-11, 2013-I-12, 2013-II-3	
5	2011-I-11, 2011-II-8, 2012-II-5, 2012-II-19, 2013-I-5	
6		
7		
8	2012-I-II, 2012-II-12, 2013-I-5, 2013-I-11, 2013-II-2, 2013-II-7	
9		2
10		3

Relatie met subdomein A3

2012-I-3: In tegenstelling tot bij de reguliere versie is hier de formule voor de afgeleide niet gegeven. Er wordt van de kandidaat een groter aantal stappen bij het oplossen van het probleem verwacht. Analytisch denken en probleem oplossen.

2012-I-5: Bij de reguliere versie van deze vraag staat vrij uitvoerig de hint dat evenwijdig betekent dezelfde richtingscoëfficiënt. Bij deze versie is dat niet zo.

2012-II-5: Om de afstand tussen twee punten te berekenen moeten eerst de coördinaten van die twee punten berekend worden. Er wordt van de kandidaat een groter aantal stappen bij het oplossen van het probleem verwacht. Analytisch denken en probleem oplossen.

- 2 Gegeven is de functie $f(x) = x^2 - px$. Druk de coördinaten van de top van de grafiek van f uit in p .

Uitwerking

$$f(x) = x^2 - px \text{ heeft een top als } f'(x) = 0.$$

$$\text{Met } f'(x) = 2x - p \text{ moet opgelost worden } 2x - p = 0. \text{ Dit geeft } x = \frac{1}{2}p. \text{ En}$$

$$f\left(\frac{1}{2}p\right) = \left(\frac{1}{2}p\right)^2 - p\left(\frac{1}{2}p\right) = -\frac{1}{4}p^2 \text{ dus de coördinaten van de top zijn } \left(\frac{1}{2}p, -\frac{1}{4}p^2\right).$$

- 3 Los exact op: $3^{5-2x} > 3 \cdot \sqrt{3}$.

Uitwerking

Methode 1:

$$3^{5-2x} > 3\sqrt{3}, \text{ oplossen } 3^{5-2x} = 3\sqrt{3}, \text{ geeft } 3^{5-2x} = 3^{\frac{7}{2}}.$$

$$\text{Dus } 5 - 2x = \frac{7}{2}, \text{ geeft } 2x = \frac{7}{2}, \text{ dus } x = \frac{7}{4}.$$

Door invullen van een waarde voor x kleiner dan $\frac{7}{4}$ volgt het antwoord $x < \frac{7}{4}$.

Methode 2:

$$3^{5-2x} > 3\sqrt{3}, \text{ oplossen } 3^{5-2x} = 3\sqrt{3}, \text{ geeft } 3^{5-2x} = 3^{\frac{7}{2}}.$$

$$\text{Dus } 5 - 2x = \frac{7}{2}, \text{ geeft } 2x = \frac{7}{2}, \text{ dus } x = \frac{7}{4}.$$

Uit de plot van de grafiek volgt het antwoord $x < \frac{7}{4}$.

Opmerking: In het centraal examen is het toegestaan om bij een dergelijke vraag gebruik te maken van een plot op de grafische rekenmachine.

Subdomein B3 Evenredigheidsverbanden

Specificatie	Vraag in pilotexamen	Vraag in syllabus
1		
2	2012-II-16, 2012-II-17	
3	2011-II-3	
4		4

- 4 Bij experimenten met het opwekken van elektriciteit door middel van windmolens is onderzocht hoe het door de windmolens geleverde vermogen P afhangt van de lengte L van de wieken bij gelijke windsnelheid en luchtdichtheid. Bij een bepaald type windmolens bleek het opgewekte vermogen P (in kW) evenredig te zijn met het kwadraat van de lengte van de wieken L (in m) volgens $P = 1,2 \cdot L^2$.
- Een van de proefopstellingen had een wieklengte van 8 meter. Bereken op één decimaal nauwkeurig het vermogen (in kW).
 - Een andere proefopstelling leverde een vermogen van 300 kW. Bereken op één decimaal nauwkeurig de lengte van de wieken van die windmolen (in m).

Uitwerking

a. Het gegeven invullen in $P = 1,2 \cdot L^2$ geeft $P = 1,2 \cdot 8^2 = 76,8$ kW.

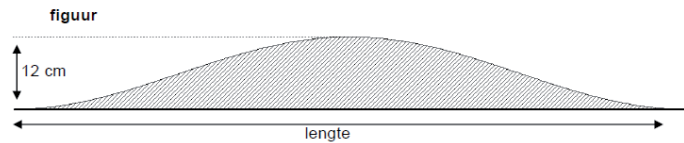
b. De vergelijking $300 = 1,2 \cdot L^2$ moet worden opgelost. Dit geeft $L^2 = 250$, dus $L \approx 15,8$ m.

Subdomein B4 Periodieke functies

Specificatie	Vraag in pilotexamen	Vraag in syllabus
1		
2		
3	2011-I-14, 2011-II-11, 2012-I-12	
4	2011-I-13, 2011-II-12, 2012-II-15, 2013-I-14	
5		5

5 (opgave F van de voorbeeldexamenopgaven, uit de werkversie van de pilotsyllabus vwo wiskunde A, blz. 17)

In België zijn vorm en afmetingen van verkeersdrempels sinds 1983 wettelijk vastgelegd. Het zij aanzicht van een verkeersdrempel heeft een sinusvorm, zie onderstaande figuur.



De verkeersdrempel van de figuur hierboven hoort bij een maximumsnelheid van 30 km/uur en beslaat precies één periode van een sinusoïde. Deze drempel is exact 4 meter lang en 12 cm hoog.

Het bijbehorende sinusmodel is $h = 0,06 + 0,06 \cdot \sin\left(\frac{1}{2}\pi x - \frac{1}{2}\pi\right)$ (x en h in meter).

Een verkeersdrempel die behoort bij een maximumsnelheid van 60 km/uur is exact 12 meter lang en 14 cm hoog. Daarbij behoort een sinusmodel van de vorm $h = d + a \cdot \sin(b(x - c))$. Hierin is weer h de hoogte en x de horizontale afstand vanaf het begin van de drempel, beide in meter.

a. Bereken a , b , c en d .

Met dit model kun je berekenen over welke horizontale afstand de drempel meer dan 10 cm hoog is.

b. Bereken deze afstand A in cm nauwkeurig.

Uitwerking

a. De drempel-sinusoïde heeft een periode van 12 m. Dus $b = \frac{2\pi}{\text{periode}} \approx 0,5236$.

Uit de hoogte van 0,14 m volgt $a = d = 0,07$.

Na een kwart van de periode gaat de sinusoïde door de evenwichtsstand, dus $c = 3$

b. Stel: bij x_1 en x_2 is de hoogte van de drempel 10 cm. Dat betekent dat

$$0,07 + 0,07 \cdot \sin(0,5236 \cdot (x_1 - 3)) = 0,1$$

moet worden opgelost. Die vergelijking heeft als oplossingen $x_1 \approx 3,8459$; $x_2 = 12 - x_1 \approx 8,1541$.

$A = x_2 - x_1 \approx 8,1541 - 3,8459 \approx 4,3082$. Het antwoord op de vraag is dus 431 (cm) of 4,31 m.

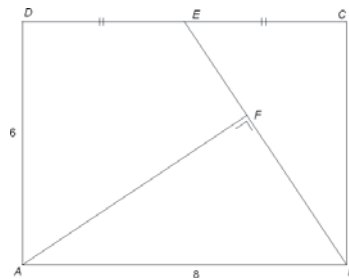
Subdomein C1 Afstanden en hoeken in concrete situaties

Specificatie	Vraag in pilotexamen	Vraag in syllabus
1	2011-I-8, 2011-II-15, 2011-II-16, 2012-II-6, 2013-I-6	
2	2011-II-9, 2011-II-10, 2011-II-16, 2011-II-17, 2012-I-7, 2012-I-17, 2012-II-7, 2013-I-17, 2013-II-4	
3	2011-I-19, 2011-II-16, 2012-I-9, 2012-I-10, 2012-II-6, 2013-I-7, 2013-II-5	
4		
5		6

Relatie met subdomein A3

2013-I-7: Er wordt van de kandidaat een groter aantal stappen bij het oplossen van het probleem verwacht. Analytisch denken en probleem oplossen speelt in deze vraag een rol.

- 6 Gegeven is een rechthoek $ABCD$. Zie de figuur.
 De lengte van zijde AB is 8 en zijde AD heeft lengte 6. E is het midden van zijde CD .
 F is een punt op lijnstuk BE zó dat lijnstuk AF loodrecht staat op lijnstuk BE .
- a. Bereken exact de lengte van lijnstuk AF .



Lijnstuk AF wordt aan de kant van F verlengd tot zijde BC wordt gesneden in punt G .

- b. Bereken exact de verhouding waarin zijde BC door punt G wordt verdeeld.

Uitwerking

- a. In $\triangle CBE$ is $\angle E = 90^\circ$, dus $BE = \sqrt{BC^2 + CE^2} = \sqrt{52}$. Trek AE dan geldt in $\triangle ABE$ dat de oppervlakte gelijk is aan $\frac{1}{2} \cdot AB \cdot \text{hoogte}$ én aan $\frac{1}{2} \cdot AF \cdot BE$. Oplossen $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{52} \cdot AF$ geeft $AF = \frac{12}{\sqrt{13}}$.
- b. $\triangle ABG \sim \triangle BCE$ (omdat $\angle ABG = \angle BCE = 90^\circ$ en $\angle GAB = \angle ECB$), dus

$$\frac{AB}{BC} = \frac{BG}{EC}. \text{ Invullen gegevens: } BG = \frac{4 \cdot 8}{6} = \frac{32}{6}. \text{ Dit geeft: } \frac{BG}{BC} = \frac{\frac{32}{6}}{6} = \frac{32}{36} = \frac{8}{9}$$

Subdomein C2 Algebraïsche methoden

Specificatie	Vraag in pilotexamen
1	
2	2011-I-8, 2012-I-8
3	2011-I-7, 2011-II-18, 2012-I-19, 2013-I-8, 2013-I-17
4	2011-I-7, 2012-I-7, 2013-I-16, 2013-I-17, 2013-II-14
5	2011-I-7
6	2013-I-17
7	
8	2012-I-7, 2012-II-7, 2013-II-8
9	2011-II-19, 2013-I-15, 2013-II-15
10	2012-I-7, 2013-I-17
11	2011-I-6, 2013-I-17, 2013-II-15

Relatie met subdomein A3

2013-II-15: Er wordt van de kandidaat een groter aantal stappen bij het oplossen van het probleem verwacht. Analytisch denken en probleem oplossen.

Subdomein D1 Veranderingen

Specificatie	Vraag in pilotexamen	Vraag in syllabus
1		
2		
3		
4	2012-I-11	
5		7

- 7 Gegeven is de formule $s = \frac{t}{1 + \sqrt{t}}$. Hierin is s de afgelegde afstand in meters na t seconden. Benader in m/s de snelheid op $t = 4$ door het differentiequotiënt te berekenen. Neem $\Delta t = 0,01$ en rond af op twee decimalen.

Uitwerking

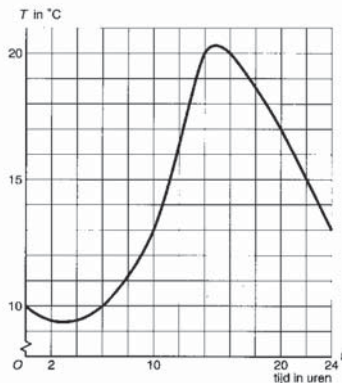
Bereken het differentiequotiënt: $\frac{s_{4,01} - s_4}{0,01}$, dit geeft: $\frac{\frac{4,01}{1 + \sqrt{4,01}} - \frac{4}{1 + \sqrt{4}}}{0,01} \approx 0,222$.

Dus de snelheid is ongeveer 0,22 m/s.

Subdomein D2 Afgeleide functies

Specificatie	Vraag in pilotexamen	Vraag in syllabus
1	2013-I-13	
2	2012-I-5, 2013-I-4, 2013-I-8, 2013-II-16	
3		8
4		9
5	2011-I-4	

- 8 De grafiek hiernaast gaat over het verloop van de temperatuur op een dag in mei.
- Bereken de snelheid waarmee de temperatuur toeneemt op het moment $t = 10$.
 - Schets de grafiek van de afgeleide van T .



Uitwerking

- Teken de raaklijn aan de grafiek in het punt $(10, 13)$ en bepaal de helling van de raaklijn: $\frac{21-9}{16-6} = 1,2$. Dus de toename snelheid is $1,2$ °C/uur.
- De grafiek heeft toppen bij $t = 3$ en $t = 15$, dus de grafiek van de afgeleide heeft nulpunten voor $t = 3$ en $t = 15$.
 De grafiek is dalend als $0 < t < 3$ en als $15 < t < 24$, dus dan ligt de grafiek van de afgeleide onder de x -as.
 De grafiek is stijgend als $3 < t < 15$, dus dan ligt de grafiek van de afgeleide boven de x -as.
 Op de grafiek van de afgeleide ligt het punt $(10, 1,2)$. Een schets van de grafiek maken die aan bovenstaande voorwaarden voldoet.

- 9 Gegeven is de functie $f(x) = x^2 - 4$.

- Teken de grafiek van f .

De functie f is de afgeleide van F met $F'(0) = 0$.

- Schets de grafiek van F .

Uitwerking

- $f(x) = x^2 - 4$ heeft als top $(0, -4)$ en dit is ook het snijpunt met de y -as en met de x -as $(2, 0)$ en $(-2, 0)$.
 De grafiek van f is een dalparabool en gaat ook door $(3, 5)$ en $(-3, 5)$.
 Een tekening van de grafiek die aan bovenstaande voorwaarden voldoet.
- $f(x) = x^2 - 4$ is de grafiek van de afgeleide van F en heeft nulpunten bij $x = -2$ en $x = 2$, dus de grafiek van F heeft toppen voor $x = -2$ en $x = 2$.
 De grafiek van de afgeleide ligt boven de x -as als $x < -2$. Als $x > 2$, dan is de grafiek van F stijgend.

De grafiek van de afgeleide ligt onder de x -as als $-2 < x < 2$, dan is dus de grafiek van F dalend. Dus als $x = -2$ heeft de grafiek van F een maximum en bij $x = 2$ een minimum.

$F'(0) = 0$, dus de grafiek gaat door $(0, 0)$.

Een schets van de grafiek maken die aan bovenstaande voorwaarden voldoet.

Subdomein D3 Bepaling afgeleide functies

Specificatie	Vraag in pilotexamen
1	2011-I-9, 2011-II-8, 2012-I-3, 2012-II-4, 2012-II-19, 2013-I-8, 2013-II-13
2	2011-I-9, 2011-II-8, 2012-I-3, 2012-II-4, 2012-II-19, 2013-I-8, 2013-II-13
3	2012-I-5, 2013-I-4, 2013-I-8
4	
5	2011-I-4, 2013-II-16

Subdomein D4 Toepassing afgeleide functies

Specificatie	Vraag in pilotexamen	Vraag in syllabus
1	2012-II-4, 2013-II-9, 2013-II-17	
2	2011-I-9, 2011-II-8, 2012-II-19, 2013-II-13	
3	2012-I-5, 2013-II-9	
4	2012-I-3	
5		10

Relatie met subdomein A3

2013-II-9: . Er wordt van de kandidaat een groter aantal stappen bij het oplossen van het probleem verwacht. Analytisch denken en probleem oplossen.

- 10 Gegeven de functie $f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + 20$, met $x > 0$. Tussen de y -as en het snijpunt van de grafiek met de x -as wordt een punt A op de grafiek gekozen. De projecties van A op de x -as en y -as noemen we respectievelijk P en Q . Bereken exact hoe groot de oppervlakte van rechthoek $OPAQ$ maximaal kan zijn.

Uitwerking

Stel de x -coördinaat van A is p , met A op de grafiek van $f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + 20$.

Uitgedrukt in p levert dat de coördinaten van A : $(p, -\frac{1}{5}p^2 + 20)$, van P : $(p, 0)$

en van Q : $(0, -\frac{1}{5}p^2 + 20)$. De oppervlakte van $OPAQ$:

$$O_{\text{opp}} = OP \cdot OQ = p(-\frac{1}{5}p^2 + 20) = -\frac{1}{5}p^3 + 20p.$$

Deze oppervlakte is maximaal daar waar $O'(p) = 0$, met $O'(p) = -\frac{3}{5}p^2 + 20$.

Oplossen $-\frac{3}{5}p^2 + 20 = 0$ geeft $p^2 = \frac{100}{3}$, dus $p = \frac{10}{\sqrt{3}}$ (omdat $p = -\frac{10}{\sqrt{3}}$ vervalt).

De maximale oppervlakte is gelijk aan

$$O\left(\frac{10}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{1}{5}\left(\frac{10}{\sqrt{3}}\right)^3 + 20 \cdot \left(\frac{10}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{200}{3\sqrt{3}} + \frac{200}{\sqrt{3}} = \frac{400}{3\sqrt{3}} (= 44\frac{4}{9}\sqrt{3}).$$

Bijlage 1 Examenprogramma

Het eindexamen

Het eindexamen bestaat uit het centraal examen en het schoolexamen.

Het examenprogramma bestaat uit de volgende domeinen:

- Domein A Vaardigheden
- Domein B Functies, grafieken en vergelijkingen
- Domein C Meetkundige berekeningen
- Domein D Toegepaste analyse

Het centraal examen

Het centraal examen heeft betrekking op de domeinen B, C en D in combinatie met de vaardigheden uit domein A.

Het CvE stelt het aantal en de tijdsduur van de zittingen van het centraal examen vast.

Het CvE maakt indien nodig een specificatie bekend van de examenstof van het centraal examen.

Het schoolexamen

Het schoolexamen heeft betrekking op domein A en:

- domein D;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: een of meer domeinen of subdomeinen waarop het centraal examen betrekking heeft;
- indien het bevoegd gezag daarvoor kiest: andere vakonderdelen, die per kandidaat kunnen verschillen.

De examenstof

Domein A: Vaardigheden

Subdomein A1: Algemene vaardigheden

1. De kandidaat heeft kennis van de rol van wiskunde in de maatschappij, kan hierover gericht informatie verzamelen en de resultaten communiceren met anderen.

Subdomein A2: Profielspecifieke vaardigheden

2. De kandidaat kan profielspecifieke probleemsituaties in wiskundige termen analyseren, oplossen en het resultaat naar de betrokken context terugvertalen.

Subdomein A3: Wiskundige vaardigheden

3. De kandidaat beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige denkactiviteiten – waaronder modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen – en kan daarbij ICT functioneel gebruiken.

Domein B: Functies, grafieken en vergelijkingen

Subdomein B1: Standaardfuncties

4. De kandidaat kan standaardfuncties (machtsfuncties, exponentiële en logaritmische functies en goniometrische functies) hanteren, interpreteren binnen een context, de grafieken beschrijven en in een functievoorschrift vastleggen en werken met eenvoudige transformaties.

Subdomein B2: Vergelijkingen en ongelijkheden

5. De kandidaat kan vergelijkingen, ongelijkheden en stelsels van twee lineaire vergelijkingen oplossen, in voorkomende gevallen grafisch oplossen of de oplossingen numeriek benaderen en de oplossingen interpreteren in de context.

Subdomein B3: Evenredigheidsverbanden

6. De kandidaat kan verbanden tussen de twee grootheden a en b van de vorm $a = c \cdot b^d$ herkennen, toepassen en bijbehorende grafieken tekenen, vanuit de beschrijving van een dergelijk verband een formule opstellen, de evenredigheidsconstante bepalen en kan rekenen met en redeneren over verbanden van deze vorm en het effect van schaalvergroting.

Subdomein B4: Periodieke functies

7. De kandidaat kan periodieke verschijnselen beschrijven door middel van sinus- of cosinusfuncties, de bijbehorende sinusoiden tekenen en de karakteristieke eigenschappen ervan benoemen en alle oplossingen van een goniometrische vergelijking op een gegeven interval bepalen.

Domein C: Meetkundige berekeningen

Subdomein C1: Afstanden en hoeken in concrete situaties

8. De kandidaat kan afstanden en hoeken berekenen met behulp van goniometrische verhoudingen, de stelling van Pythagoras en de sinus- en cosinusregel.

Subdomein C2: Algebraïsche methoden

9. De kandidaat kan analytisch-algebraïsche berekeningen uitvoeren aan de hand van contexten en figuren.

Domein D: Toegepaste analyse

Subdomein D1: Veranderingen

10. De kandidaat kan het veranderingsgedrag van een functie, gegeven door grafiek, tabel of formule, beschrijven door middel van toenamediagrammen en differentiequotienten en kan differentiequotienten berekenen en interpreteren, ook vanuit een profielspecifieke probleemsituatie.

Subdomein D2: Afgeleide functies

11. De kandidaat kan de afgeleide functie begripmatig interpreteren en kan lokale veranderingen van functiewaarden benaderen zowel met een differentiaalquotient als met een numeriek-grafische methode.

Subdomein D3: Bepaling afgeleide functies

12. De kandidaat kan de afgeleide functie van machtsfuncties met rationale exponenten bepalen en kan voor het bepalen van de afgeleide functie gebruik maken van de som-, verschil- en kettingregel.

Subdomein D4: Toepassing afgeleide functies

13. De kandidaat kan analytisch-algebraïsche berekeningen uitvoeren gericht op profielspecifieke contexten.

Bijlage 2 Examenwerkwoorden

Als in een examen een van de woorden uit onderstaande lijst wordt gebruikt, geldt de betekenis die hieraan in deze lijst is gegeven.

De kruisjes in de tabel geven aan bij welke wiskundevakken van havo en vwo het woord in het centraal examen de aangegeven betekenis heeft. Als er geen kruisje staat, kan het woord wel in het betreffende examen worden gebruikt, maar wordt ter plekke aangegeven hoe het verstaan moet worden.

Deze lijst met examen(werk)woorden is niet uitputtend.

	woord	toelichting	havo			vwo	
			A	B	C	A	B
1	aantonen	Een redenering en/of berekening waaruit de juistheid van het gestelde blijkt. In het algemeen geldt dat het gestelde controleren door middel van een of meer voorbeelden niet voldoet.	x	x	x	x	x
2	afleiden (van een formule)	Een redenering en/of berekening waaruit de juistheid van een formule blijkt. In het algemeen geldt dat de formule controleren door middel van een of meer voorbeelden niet voldoet.	x	x	x	x	x
3	aflezen	Het antwoord is voldoende.	x	x	x	x	x
4	algebraïsch	Stap voor stap, zonder gebruik te maken van specifieke opties van de grafische rekenmachine; tussenantwoorden en het eindantwoord mogen benaderd worden.		x			x
5	bepalen	De wijze waarop het antwoord gevonden wordt is vrij; een toelichting is vereist.	x	x	x	x	x
6	berekenen	De wijze van berekenen is vrij; een toelichting is vereist. De toevoeging 'algebraïsch' of 'exact' legt beperkingen op aan de wijze van berekenen.	x	x	x	x	x
7	beredeneren	Een redenering waaruit de juistheid van het gestelde blijkt.	x	x	x	x	x
8	bewijzen	Een redenering en/of exacte berekening waaruit de juistheid van het gestelde blijkt. In het algemeen geldt dat het gestelde controleren door middel van een of meer voorbeelden niet voldoet.		x			x
9	exact	Stap voor stap, zonder gebruik te maken van specifieke opties van de grafische rekenmachine; de antwoorden mogen niet benaderd worden.		x			x
10	herleiden (van een formule)	Een formule stap voor stap herschrijven in een gelijkwaardige vorm.	x	x	x	x	x
11	onderzoeken	De aanpak is vrij, een toelichting is vereist. De toevoeging 'algebraïsch' of 'exact' legt beperkingen op aan de wijze van onderzoeken.	x	x	x	x	x

	woord	toelichting	havo			vwo	
			A	B	C	A	B
12	oplossen	De wijze van oplossen is vrij; een toelichting is vereist. De toevoeging 'algebraïsch' of 'exact' legt beperkingen op aan de wijze van oplossen.	x	x	x	x	x
13	schatten	De wijze van schatten is vrij; een toelichting is vereist.	x	x	x	x	x
14	schetsen van een grafiek	Een schets van een grafiek moet voor de probleemsituatie relevante karakteristieke eigenschappen van de grafiek bevatten.	x	x	x	x	x
15	tekenen van een grafiek	Een tekening van een grafiek moet, naast een assenstelsel met een schaalverdeling, de voor de probleemsituatie relevante karakteristieke eigenschappen van de grafiek bevatten. De tekening van de grafiek moet nauwkeurig zijn.	x	x	x	x	x

Bijlage 3 Begrippenlijst

De in deze lijst opgenomen begrippen worden bij de kandidaten van het betreffende centraal examen wiskunde bekend verondersteld. Zij kunnen zonder nadere toelichting in examenvragen worden gebruikt. In deze lijst zijn die wiskundige begrippen opgenoemd die vermeld zijn onder de parate kennis bij de specificaties of voortvloeien uit de parate en productieve vaardigheden. Deze lijst met begrippen is niet uitputtend. Zo zijn begrippen die als voorkennis worden beschouwd, niet opgenomen.

Bij de *standaardfuncties* moet de kandidaat de *karakteristieke* eigenschappen kennen. Bij wiskunde A havo en wiskunde C vwo wordt in het examen niet over 'functies' maar over 'verbanden' gesproken, de functienotaties $x \rightarrow \dots$ of $f(x) = \dots$ worden hier ook niet gebruikt.

In onderstaande tabel dient voor wiskunde A havo en wiskunde C vwo dan ook overal voor 'functies' 'verbanden' te worden gelezen.

Functies/verbanden	variabele	havo		vwo		
		wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
	grootheid, eenheid	x	x	x	x	x
	absoluut, relatief	x		x		
	karakteristieke eigenschappen van een functie		x			x
	domein		x			x
	bereik		x			x
	nulpunt		x			x
	extreem, extreme waarde		x		x	x
	maximum(waarde)	x	x	x	x	x
	minimum(waarde)	x	x	x	x	x
	(constant, toenemend of afnemend) stijgen	x	x	x	x	x
	(constant, toenemend of afnemend) dalen	x	x	x	x	x
	karakteristieke eigenschappen van een grafiek		x			x
	snijpunt(en) met x- en y-as	x	x	x	x	x
	top		x	x	x	x
	buigpunt					x
	symmetrie		x			x
	asymptotisch gedrag		x	x ⁴	x ³	x
	verticale en horizontale asymptoot		x			x ⁵
	scheve asymptoot					x ⁴
	standaardfuncties	x	x		x	x
	lineaire (of eerstegraads) functies	x	x	x	x	x
	richtingscoëfficiënt	x	x	x	x	x
	kwadratische (of tweedegraads) functies		x	x	x	x
	parabool		x			x

⁴ Termen hoeven niet gekend te worden, wel de bijbehorende activiteiten
⁵ Deze begrippen ook in relatie met limieten

	havo			vwo	
	wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
	machtsfuncties		x	x	x
	wortelfuncties		x		x
	exponentiële functies	x	x	x	x
	grondtal	x	x		x
	exponent	x	x	x	x
	beginwaarde	x	x	x	x
	groefactor	x	x	x	x
	groeipercentage	x	x	x	x
	halveringstijd	x	x	x	x
	verdubbelingstijd	x	x	x	x
	logaritmische functies		x	x	x
	logaritme		x	x	x
	natuurlijke logaritme				x
	logaritmische schaalverdeling	x	x	x	x
	goniometrische functies		x	x ⁶	x
	sinusoïde		x		x
	radiaal		x		x
	periodiek verschijnsel		x		x
	periode		x	x	x
	amplitude		x	x	x
	evenwichtsstand		x		x
	evenwichtswaarde			x	
	sinusmodel				x
	harmonische trilling				x
	som-, verschil en verdubbelingsformules				x
	gebroken lineaire functies		x		x
	hyperbool		x		x
	absolute-waarde-functies				x
	vergelijkingen en ongelijkheden	x	x	x	x
	lineaire of eerstegraadsvergelijking	x	x	x	x
	kwadratische of tweedegraadsvergelijking		x		x
	abc-formule		x		x
	(lineair) interpoleren en extrapoleren	x		x	x
	trend			x	
	somfunctie		x	x ⁷	x ⁶
	verschilfunctie		x	x ⁶	x ⁶
	productfunctie			x ⁶	x ⁶
	quotiëntfunctie			x ⁶	x ⁶
	samengestelde functie, ketting van functies		x	x ⁶	x ⁶
	inverse functie		x ⁸		x

⁶ Alleen de sinusfunctie
⁷ Termen hoeven niet gekend te worden, wel de bijbehorende activiteiten
⁸ Termen hoeven niet gekend te worden, wel de bijbehorende activiteiten

	havo		vwo		
	wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
transformaties		x			x
translatie		x			x
verschuiving				x	
vermenigvuldiging t.o.v. x -as of y -as		x			x
herschalen				x	
evenredigheidsverbanden	x	x	x	x	x
recht evenredig, evenredig	x	x	x	x	x
omgekeerd evenredig	x	x	x	x	x
evenredig met een macht		x			x
evenredigheidsconstante		x			x
limieten					x
linker- en rechterlimiet					x
perforatie					x
parameter					x
Meetkunde					
aanzicht			x		
perspectieftekening			x		
éénpuntperspectief			x		
tweepuntperspectief			x		
horizon			x		
verdwijnpunt			x		
oogpunt			x		
vergrotingsfactor			x		
afstand		x	x		x
omgeschreven cirkel					x
regelmatige veelhoek			x		
stelling van Pythagoras		x	x		x
gelijkvormigheid		x	x		x
symmetrie			x		
gulden snede			x		
goniometrische verhoudingen		x			x
sinusregel en cosinusregel		x			x
vergelijking van een lijn	x	x		x	x
vergelijking van een cirkel		x			x
stelsel vergelijkingen		x			x
strijdig stelsel					x
afhankelijk stelsel					x
parametervoorstelling van een lijn					x
parametervoorstelling van een cirkel					x
vector					x
lengte, richtingshoek, kentallen, componenten van een vector					x
inproduct van twee vectoren					x
vectorvoorstelling van een lijn, steunvector, richtingsvector					x
Veranderingen					
interval		x	x	x	x
intervalnotaties		x			x

	havo		vwo		
	wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
de Δ -notatie voor een differentie		x			x
differentiequotiënt		x		x	x
gemiddelde verandering			x	x	
toenamediagram		x		x	x
helling		x	x	x	x
steilheid		x			x
hellinggrafiek				x	
rijen, inclusief notaties			x	x	
rekenkundige rij				x	
meetkundige rij				x	
somrij				x	
Σ -teken				x	
directe formule			x	x	
recursieve formule			x	x	
Differentiaal- en integraalrekening					
afgeleide (functie), inclusief notaties		x		x	x
tweede afgeleide, inclusief notaties					x
somregel en verschilregel		x		x	x
productregel				x	x
quotiëntregel				x	x
kettingregel		x		x	x
raaklijn		x		x	x
integraal, integrand, primitieve					x
omwentelingslichaam					x
baansnelheid, baanversnelling					x
Statistiek					
betrouwbaarheid, betrouwbaarheidsinterval	x				
centrummaat, centrum	x				
gemiddelde	x				
mediaan	x				
modus, modaal	x				
data	x				
discreet	x				
continu	x				
kwantitatief	x				
kwalitatief	x				
nominaal	x				
ordinaal	x				
absoluut	x				
relatief	x				
frequentie	x				
groepen	x				
kenmerk	x				
klasse, klassenindeling	x				
verdeling	x				
klokvormig	x				
meertoppig	x				

		havo		vwo		
		wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
	uniform	x				
	scheef	x				
	staart	x				
	uitschieter	x				
	normale verdeling	x				
	de drie vuistregels van de normale verdeling	x				
	populatie	x				
	populatiegemiddelde	x				
	populatieproportie	x				
	representatie / presentatie	x				
	dotplot	x				
	staafdiagram	x				
	cirkeldiagram	x				
	steelbladdiagram	x				
	lijndiagram	x				
	(cumulatief / relatief) frequentiepolygoon	x				
	boxplot	x				
	(cumulatieve) frequentietabel	x				
	kruistabel	x				
	puntenwolk, spreidingsdiagram	x				
	spreidingsmaat, spreiding	x				
	interkwartielafstand	x				
	standaardafwijking	x				
	spreidingsbreedte	x				
	steekproef	x				
	aselect	x				
	representatief	x				
	steekproefomvang	x				
	steekproevenverdeling	x				
	steekproefgemiddelde	x				
	steekproefproportie	x				
Combinatoriek	boomdiagram			x	x	
	wegendiagram			x	x	
	rooster			x	x	
	permutaties			x	x	
	combinaties			x	x	
	driehoek van Pascal			x		
Logisch redeneren	Venn-diagram			x		
	nodige, voldoende voorwaarde			x		
	contradictie			x		
	paradox			x		
	als-dan-redenering			x		
	hier-uit-volgt-conclusie			x		
	tegenvoorbeeld			x		

Bijlage 4 Algebraïsche vaardigheden

In deze bijlage worden de eisen wat betreft algebraïsche vaardigheden beschreven voor alle wiskundevakken met een centraal examen. Algebraïsche vaardigheden zijn geen doel op zichzelf, maar onderdeel van wiskundige activiteiten. De algebraïsche vaardigheden moeten in samenhang met het betreffende programma worden gelezen. Door algebraïsche expressies te bewerken kan bijvoorbeeld de juistheid van beweringen worden aangetoond, het rekenwerk vaak worden vereenvoudigd of vergelijkingen zo herschreven worden dat ze exact zijn op te lossen. Deze algebraïsche vaardigheden zijn onderverdeeld in specifieke en algemene algebraïsche vaardigheden.

Bij *specifieke* algebraïsche vaardigheden gaat het om parate kennis en het vlot kunnen toepassen van de bijbehorende vaardigheden op de voorkomende algebraïsche expressies. Deze vaardigheden hebben betrekking op algoritmisch werken en algebraïsch rekenen. Het gaat hier bijvoorbeeld om kennis en gebruik van rekenregels, inclusief het werken met haakjes, bij het invullen van getallen of variabelen in een expressie en het gebruik van algoritmen om een vergelijking op te lossen.

Bij *algemene* algebraïsche vaardigheden spelen aspecten als aanpak, globale strategie, het herkennen van structuren en methoden, en doelgerichtheid een rol. De kandidaten moeten de structuur van een expressie kunnen herkennen, moeten kwalitatief kunnen redeneren aan de hand van een formule (zoals stijgen/dalen, symmetrie en asymptotisch gedrag), moeten een formule kunnen opstellen door het generaliseren van getallenvoorbeelden of het combineren van bekende formules, moeten verbanden zien tussen de verschillende representaties van een functie en moeten kunnen wisselen tussen 'betekenisloos manipuleren' en betekenis toekennen aan de variabelen en parameters.

Samenvattend zijn de specifieke vaardigheden die vaardigheden waarvan wordt verwacht dat de kandidaat deze snel en geroutineerd kan uitvoeren, terwijl voor de algemene vaardigheden de kandidaat in staat moet zijn met inzicht en vooruit denkend te handelen.

Bij de onderstaande opsomming van specifieke vaardigheden geldt zeker dat een deel (wellicht alleen in zijn grondvorm) reeds bekend verondersteld mag worden vanuit de onderbouw. Denk bijvoorbeeld aan de voorrangsregels en het werken met haakjes, eenvoudige breukvormen en wortels.

Op de plaats van A , B , C en D in de volgende tabellen kunnen ook eenvoudige expressies staan, zoals $ax + b$, $\frac{a}{x}$ en x^2 .

Niet aan de orde komen de regels die horen bij het differentiëren.

De vaardigheden genoemd bij categorieën A t/m D moeten in beide richtingen kunnen worden uitgevoerd, tenzij anders is vermeld. Beperkende voorwaarden zoals bijvoorbeeld noemers van breuken zijn ongelijk 0, worden niet vermeld.

Hoewel bij het samenstellen van de kruisjeslijst met de algebraïsche vaardigheden de grootst mogelijke nauwkeurigheid is nagestreefd, kan niet gegarandeerd worden dat deze volledig is.

Specifieke vaardigheden	havo		vwo		
	wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
A. Breukvormen					
1. $\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{AD+BC}{BD}$	x	x	x	x	x
2. $\frac{A}{B} + C = \frac{A+BC}{B}$	x	x	x	x	x
3. $A \cdot \frac{B}{C} = \frac{A \cdot B}{C} = \frac{A}{C} \cdot B = A \cdot B \cdot \frac{1}{C}$	x	x	x	x	x
4. $\frac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$	x	x	x	x	x
5. $\frac{\frac{A}{B}}{C} = \frac{A \cdot C}{B}$	x	x	x	x	x
B. Wortelvormen					
1. $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$	x	x	x	x	x
2. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$	x	x	x	x	x
C. Bijzondere producten					
1. haakjes wegwerken en ontbinden in factoren: $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ havo A, vwo A en vwo C: alleen haakjes wegwerken	x	x	x	x	x
2. $(A+B)(C+D) = AC + AD + BC + BD$ havo A, vwo A en vwo C: alleen haakjes wegwerken	x	x	x	x	x
3. $A^2 \pm 2AB + B^2 = (A \pm B)^2$		x			x
4. $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$		x			x
5. kwadraat afsplitsen: $x^2 + px + q$ schrijven in de vorm $(x+r)^2 + s$		x			x

Specifieke vaardigheden	havo		vwo		
	wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
D. Machten en logaritmen					
1. $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$	x	x	x	x	x
2. $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$	x	x	x	x	x
3. $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$	x	x	x	x	x
4. $(ab)^p = a^p \cdot b^p$	x	x	x	x	x
5. $\frac{1}{a^p} = a^{-p}$	x	x	x	x	x
6. $\sqrt[p]{a} = a^{\frac{1}{p}}$ met p positief en geheel		x	x	x	x
7. ${}^s \log(a) + {}^s \log(b) = {}^s \log(a \cdot b)$		x		x	x
8. ${}^s \log(a) - {}^s \log(b) = {}^s \log(\frac{a}{b})$		x		x	x
9. ${}^s \log(a^p) = p \cdot {}^s \log(a)$		x		x	x
10. ${}^s \log(a) = \frac{p \log(a)}{p \log(g)}$ vwo C: alleen $p=10$		x	x	x	x
11. ${}^s \log(a) = \frac{\ln(a)}{\ln(g)}$				x	x
E. Goniometrie		x			x
F. Herleidingen uitvoeren aan de hand van de elementen genoemd bij A tot en met D					
1. via substitutie van getallen	x	x	x	x	x
2. via substitutie van expressies	x	x	x	x	x
3. via het omwerken van formules	x	x	x	x	x
G. Vergelijkingen oplossen met behulp van algemene vormen en formules herleiden (voor wiA en wiC worden deze vaardigheden uitsluitend gebruikt voor het herleiden van formules)					
1. $A \cdot B = 0 \Leftrightarrow A = 0$ of $B = 0$		x	x		x
2. $A \cdot B = A \cdot C \Leftrightarrow A = 0$ of $B = C$ havo A, vwo A en vwo C: $A \cdot B = A \cdot C, A \neq 0 \Rightarrow B = C$	x	x	x	x	x
3. $\frac{A}{B} = C \Leftrightarrow A = B \cdot C$	x	x	x	x	x
4. $\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow A \cdot D = B \cdot C$	x	x	x	x	x
5. $A^2 = B^2 \Leftrightarrow A = B$ of $A = -B$		x		x	x
6. $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow A = B^2$	x	x	x	x	x

Specifieke vaardigheden	havo		vwo		
	wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
H. Algoritmen t.b.v. het oplossen van vergelijkingen en het herleiden van formules (voor wiA en wiC worden deze vaardigheden uitsluitend gebruikt voor het herleiden van formules)	1. eerstegraadsvergelijkingen $ax + b = c \Rightarrow x = \frac{c-b}{a}$	x	x	x	x
	2. tweedegraadsvergelijkingen abc-formule $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$		x		x
	3. $x^n = c \Rightarrow x = c^{\frac{1}{n}}$ als n oneven is $x^n = c \Rightarrow x = c^{\frac{1}{n}}$ of $x = -c^{\frac{1}{n}}$ als n even is		x	x	x
	4. $g^x = a \Rightarrow x = {}^g\log(a)$		x	x	x
	5. $e^x = a \Rightarrow x = \ln(a)$		x	x	x
	6. ${}^g\log(x) = b \Rightarrow x = g^b$		x	x	x
	7. $\ln(x) = b \Rightarrow x = e^b$			x	x
	8. $ x = c \Rightarrow x = c$ of $x = -c$				x
I. Vergelijkingen oplossen met behulp van standaardfuncties	1. $f(A) = c$ 2. $f(A) = f(B)$		x		x
J. Vergelijkingen en ongelijkheden van het type $f(x) = g(x)$ resp. $f(x) \geq g(x)$ oplossen	1. grafisch, waaronder ICT 2. vergelijkingen en ongelijkheden algebraïsch dan wel exact, indien algebraïsch/exact oplosbaar	x	x	x	x

Algemene vaardigheden	havo		vwo		
	wiA	wiB	wiC	wiA	wiB
K. Formules opstellen	1. door variabelen te kiezen bij een probleemsituatie	x	x	x	x
	2. van standaardfuncties				
	a. eerstegraads/lineaire functie	x	x	x	x
	b. tweedegraadsfunctie		x	x	x
	c. exponentiële functie	x	x	x	x
	d. logaritmische functie		x	x	x
	e. goniometrische functie		x	x ⁹	x
	f. machtsfunctie		x	x	x
	g. absolute waarde functie				x
	3. door generaliseren via getallenvoorbeelden	x	x	x	x
	4. door schakelen van formules	x	x	x	x
L. Expressies herkennen	1. vaststellen of een (deel)expressie behoort tot een van de volgende families				
	a. eerstegraads/lineaire functies	x	x	x	x
	b. tweedegraadsfuncties		x	x	x
	c. exponentiële functies	x	x	x	x
	d. logaritmische functies		x	x	x
	e. goniometrische functies		x	x	x
	f. machtsfuncties		x	x	x
	2. structuur van een expressie vaststellen	x	x	x	x
	3. rol van een voorkomende parameter bepalen	x	x	x	x
M. Karakteristieken bepalen	kwalitatief redeneren over expressies of delen daarvan met betrekking tot karakteristieken als				
	a. uiterste waarden	x	x	x	x
	b. stijgen of dalen	x	x	x	x
	c. asymptotisch gedrag	x	x	x	x
N. Algebraïsche expressies reduceren en representeren	1. complexe delen van een expressie vervangen door 'plaatsvervaarders' zodat herkenbare expressies ontstaan	x	x	x	x
	2. flexibel kunnen wisselen tussen betekenis toekennen aan symbolen en betekenisloos kunnen manipuleren		x		x
	3. flexibel verschillende representaties van functies (formule, tabel, grafiek) kunnen inzetten en tussen deze representaties kunnen wisselen	x	x	x	x

⁹ alleen de sinusfunctie

